

# 肘付拘束冗長性を利用したハンド軌道追従と拘束運動の 非干渉化制御

—消費エネルギーを基準にした肘付き位置と抗力の最適化—

○糸島道之 尾崎壮紘 前場友秀 見浪護 矢納陽 (岡山大学)

## Decoupling Control of Hand Trajectory Tracking and Constraint Motion using Redundancy with Bracing Elbow

-Optimization of reaction force and position of bracing elbow based on energy consumption-

\*M. Itoshima, T. Ozaki, T. Maeba, M. Minami and A. Yanou  
(Okayama University)

**Abstract**— Considering that human can do accurate task with small powers by contacting elbow or wrist on a table, we thought that manipulators can save energy and do a task more precisely like human by bracing itself. Bracing redundancy exists in the motion of the manipulator with contacting of its elbows. Although dimensions of motion are decreased by constraint, these dimensions can change to the dimensions that control force. Based on this fact, we propose a method to control position/force of the manipulator by using the bracing redundancy. That is, this paper shows that the dimension of position and force can be used effectively, simultaneously can do hand's trajectory tracking and control reaction force of the elbow by simulations.

**Key Words:** Constraint motion, Redundancy with bracing elbow, Position/Force control method

### 1 はじめに

人間は字を書く動作において手首や肘を机につくことで、より少ない力でペンを持ち、より正確に字を書けることを経験的に知っている。これは人間の習熟した行動の一例である。ロボットがこのような環境との拘束接地による反力を利用して重力の影響を抑え、より少ない消費エネルギーで精度の高い作業を実行できるのではないかと考え、マニピュレータの肘付き動作を提案する。

本論文で複数のリンクがテーブルや床などの環境に接触するマニピュレータについて考える。前述したように、このような状況は Fig.1 で示されるように字を書くなどの人間の一般的な動作で見られる。冗長マニピュレータは冗長自由度を使うことで複雑な作業を行うことができる。しかし冗長自由度が増加するにつれてマニピュレータのリンク数や重量が増加し、その結果マニピュレータを制御することが難しくなる。この問題を解決するためには字を書いたり、いすに座るなどの人間の行動を模倣した制御方法が有効であると考えられる。

運動学に基づいた冗長マニピュレータは幅広く研究され、その効果は数十年前に Chirikjian と Burdick<sup>1)</sup> により紹介されている。しかし、高い冗長性に反比例してマニピュレータは大きな重量を持つ。そのためマニピュレータのハンドは三次元空間で動くことが出来る一方で、ハンドへの負荷は微小なものに制限されていた。多くの研究では障害物回避<sup>2),5)</sup> や形状の最適化<sup>6),7)</sup> などの冗長性を利用する方法<sup>8),11)</sup> が議論されているが、現段階では重量の問題が工場での使用に役立つレベルには達していない。

これまでも環境に接触している冗長マニピュレータの有効性と精度を議論した研究例は存在する。West と Asada<sup>12)</sup> は拘束されたマニピュレータの位置/力同



Fig. 1: Human's writing motion

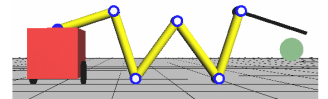


Fig. 2: Simulation screen

時制御コントローラを設計するための一般的な運動学的接触モデルを提案した。そしてマニピュレータの接触動作を制御するために複数点接触の運動学モデルが Oussama Khatib<sup>13),14)</sup> (接触面がばねモデルとして仮定されている) によって提案された。しかし接触面は硬いものとして考えることが妥当である。一例として、鉄のばね定数は約  $10^6$  [N/m] であり環境を表すばねモデルは自然でないと考えられる。つまりこの接触モデルは現実的ではない。そのため、本論文で私たちは環境の接触による変形がない硬い接触モデルを扱う。そして、接触力は明確な代数方程式として拘束式と運動方程式から得られる。ロボティクスの分野では Peng<sup>15)</sup> により最初に適用された式 (1) はロボットの手先が拘束されているときの入力トルクと抗力の代数関係を表している。

$$A\mathbf{f}_n = \mathbf{a} - B\boldsymbol{\tau} \quad (1)$$

$\mathbf{f}_n$  は抗力、 $A$  と  $\mathbf{a}$ 、 $B$  は次章で定義されるベクトルと行列、 $\boldsymbol{\tau}$  は入力ベクトルである。

本論文で提案する位置と力を同時に制御するコントローラは式 (1) に基づいている。Peng の方法では力センサーとして式 (1) を用いているが、本論文では目標抗力  $\mathbf{f}_{nd}$  を達成するための入力トルク  $\boldsymbol{\tau}$  を計算するために用いた。式 (1) の存在は 2 つの重要な事実を表す。最

初の事実は代数方程式である式 (1) により入力トルクが決定された瞬間に抗力が計算できる。これに反して、角速度及び角度は積分によって計算されるため、入力トルクの決定から積分時間遅れた後に決まる。この代数方程式を用いることにより時間遅れなく目標の抗力に制御することが可能である。もう一つの重要な事実は入力トルク  $\tau$  は拘束運動において抗力  $f_n$  に対して冗長性を持つことである。式 (1) に関して  $n \times 1$  のベクトル  $\tau$  に対して  $p (p < n)$  点拘束時の  $p$  個の抗力について考えると  $f_{nd}$  を達成するための  $\tau$  には冗長性がある。すなわち、拘束を行うことで運動に関する次元は減少するが、この減少した次元は力を制御するための次元に変化する。本論文ではこれを”Bracing Redundancy”と名付ける。この冗長性と  $B$  の零空間を利用して、拘束している関節の抗力と位置、手先の軌道追従を同時かつ非干渉に制御できる新しいコントローラを提案する。

本報告では提案したコントローラの有効性をシミュレーションにより確認する。また、マニピュレータの肘付き位置と抗力を最適化することにより更なる消費エネルギーの低減につながると考えている。そのためシミュレーション結果から消費エネルギーに基づく肘付き位置と抗力の最適化について考察する。

## 2 拘束運動のモデリング

### 2.1 ハンド拘束運動

ここでは拘束面に接触しつつリンク先端のハンドで接触作業を行うロボットについて考える。 $\mathbf{q} \in R^n$  を一般化座標、 $\boldsymbol{\tau} \in R^n$  を一般化入力、 $f_n$  を抗力、 $f_t$  を摩擦力とすると、ハンド拘束状態の運動方程式は、

$$\begin{aligned} M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + D\dot{\mathbf{q}} \\ = \boldsymbol{\tau} + \left\{ \left( \frac{\partial C}{\partial \mathbf{q}^T} \right)^T / \left\| \frac{\partial C}{\partial \mathbf{r}^T} \right\| \right\} f_n - \left( \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{q}^T} \right)^T \frac{\dot{\mathbf{r}}}{\|\dot{\mathbf{r}}\|} f_t \end{aligned} \quad (2)$$

と表される。ただし、 $M$  は  $n \times n$  の慣性行列、 $\mathbf{h}$  と  $\mathbf{g}$  はコリオリ力・遠心力と重力の影響を表す  $n \times 1$  のベクトル、 $D$  は関節の粘性摩擦係数を表す  $n \times n$  の対角行列  $D = \text{diag}[D_1, D_2, \dots, D_n]$  である。ここで、手先の位置・姿勢ベクトル  $\mathbf{r} \in R^n$  と超曲面を表すスカラー関数の拘束条件  $C$  は、順運動学関係式より、

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(\mathbf{q}) \quad (3)$$

$$C(\mathbf{r}(\mathbf{q})) = 0 \quad (4)$$

と表される。ここで拘束されるハンドは作業座標系の中で非拘束方向に運動できる自由度が残されていることから  $n > 1$  である。また、本論文では一般化座標  $\mathbf{q}$  は関節角度、一般化入力  $\boldsymbol{\tau}$  は入力トルクを表す。

### 2.2 肘つき拘束運動

$n$  リンクマニピュレータの中間リンクが  $p$  個の拘束

$$C_i(\mathbf{r}_i(\mathbf{q})) = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, p) \quad (5)$$

を受けているときの運動方程式について考える。ここで  $\mathbf{r}_i$  は拘束を受けている第  $i$  リンクの位置/姿勢を表す運動学方程式であり、式 (3) と同様、

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{r}_i(\mathbf{q}) \quad (6)$$

$$\dot{\mathbf{r}}_i = \mathbf{J}_i(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (7)$$

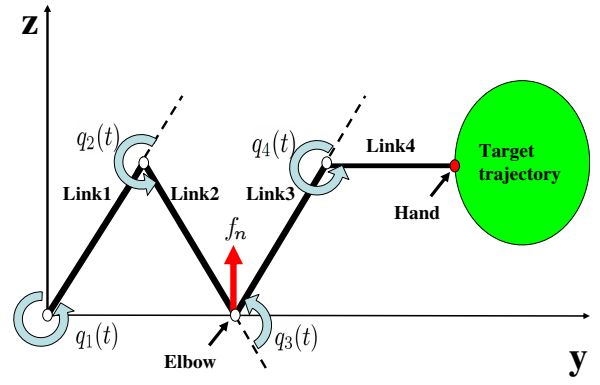


Fig. 3: Model

である。

式 (2) は、ハンド拘束運動を表している。拘束条件が複数存在する場合には、式 (2) の右辺第 2 項の抗力の係数ベクトルと右辺第 3 項の摩擦力の係数ベクトルはそれぞれ、

$$\left( \frac{\partial C_i}{\partial \mathbf{q}^T} \right)^T / \left\| \frac{\partial C_i}{\partial \mathbf{r}^T} \right\| = \mathbf{j}_{ci}^T \quad (8)$$

$$\left( \frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial \mathbf{q}^T} \right)^T \frac{\dot{\mathbf{r}}_i}{\|\dot{\mathbf{r}}_i\|} = \mathbf{j}_{ti}^T \quad (9)$$

の  $n \times 1$  のベクトルとなる。さらに、

$$\mathbf{J}_c^T = [\mathbf{j}_{c1}^T, \mathbf{j}_{c2}^T, \dots, \mathbf{j}_{cp}^T] \quad (10)$$

$$\mathbf{J}_t^T = [\mathbf{j}_{t1}^T, \mathbf{j}_{t2}^T, \dots, \mathbf{j}_{tp}^T] \quad (11)$$

$$\mathbf{f}_n = [f_{n1}, f_{n2}, \dots, f_{np}]^T \quad (12)$$

$$\mathbf{f}_t = [f_{t1}, f_{t2}, \dots, f_{tp}]^T \quad (13)$$

と定義する。 $\mathbf{J}_c^T$ 、 $\mathbf{J}_t^T$  は  $n \times p$  行列であり、 $\mathbf{f}_n$ 、 $\mathbf{f}_t$  は  $p \times 1$  のベクトルである。これらを考慮すると、 $p$  個の点で中間リンクが拘束されているマニピュレータの運動方程式は、

$$\begin{aligned} M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + D\dot{\mathbf{q}} \\ = \boldsymbol{\tau} + \sum_{i=1}^p (\mathbf{j}_{ci}^T f_{ni}) - \sum_{i=1}^p (\mathbf{j}_{ti}^T f_{ti}) \\ = \boldsymbol{\tau} + \mathbf{J}_c^T \mathbf{f}_n - \mathbf{J}_t^T \mathbf{f}_t \end{aligned} \quad (14)$$

となる。また、式 (5) を時間  $t$  で 2 回微分し、 $\ddot{\mathbf{q}}$  の拘束条件を求めると、

$$\dot{\mathbf{q}}^T \left[ \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left( \frac{\partial C_i}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \right] \dot{\mathbf{q}} + \left( \frac{\partial C_i}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \ddot{\mathbf{q}} = 0 \quad (15)$$

が得られる。マニピュレータが常に拘束面に拘束されるためには、式 (14) の解  $\mathbf{q}(t)$  が時間  $t$  に無関係に式 (5) を満たさなければならない。式 (5) の時間微分によって得られた式 (15) を満たす  $\ddot{\mathbf{q}}$  と式 (14) の  $\ddot{\mathbf{q}}$  が同じ値をとるとき、式 (14) の  $\mathbf{q}(t)$  は式 (5) を満たすことになる。ここで抗力  $\mathbf{f}_n$  と摩擦力  $\mathbf{f}_t$  について

$$\mathbf{f}_t = \mathbf{K} \mathbf{f}_n, \quad \mathbf{K} = \text{diag}[K_1, K_2, \dots, K_p] \quad (16)$$

とおくと、式 (14) は以下ようになる。

$$\begin{aligned} M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + D\dot{\mathbf{q}} \\ = \boldsymbol{\tau} + (\mathbf{J}_c^T - \mathbf{J}_t^T \mathbf{K}) \mathbf{f}_n \end{aligned} \quad (17)$$

式 (15), (17) を行列形式で表すと以下ようになる。

$$\begin{bmatrix} M(\mathbf{q}) & -(\mathbf{J}_c^T - \mathbf{J}_t^T \mathbf{K}) \\ \frac{\partial C_i}{\partial \mathbf{q}^T} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{f}_n \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$= \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau} - \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{g}(\mathbf{q}) - D\dot{\mathbf{q}} \\ -\dot{\mathbf{q}}^T \left[ \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left( \frac{\partial C_i}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \right] \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \quad (19)$$

### 2.3 肘付き時の抗力の導出

本節では  $\mathbf{f}_n$  の導出方法について述べる。まず、式 (14), (15) から  $\ddot{\mathbf{q}}$  を消去すると

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial C}{\partial \mathbf{q}^T} \right) M^{-1} \left( \frac{\partial C}{\partial \mathbf{q}^T} \right)^T \frac{\mathbf{f}_n}{\left\| \frac{\partial C}{\partial \mathbf{r}^T} \right\|} \\ = \left( \frac{\partial C}{\partial \mathbf{q}^T} \right) M^{-1} \left( \mathbf{J}_t^T \mathbf{K} \mathbf{f}_n + D\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{h} + \mathbf{g} - \boldsymbol{\tau} \right) \\ - \dot{\mathbf{q}}^T \left[ \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left( \frac{\partial C}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \right] \dot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (20)$$

が得られる。

ここで、 $(\partial C / \partial \mathbf{q}^T) M^{-1} (\partial C / \partial \mathbf{q}^T)^T = M_c$  と置くことにより、

$$\begin{aligned} M_c \mathbf{f}_n = \left\| \frac{\partial C}{\partial \mathbf{r}^T} \right\| \left( \frac{\partial C}{\partial \mathbf{q}^T} \right) M^{-1} (\mathbf{J}_t^T \mathbf{K} \mathbf{f}_n + D\dot{\mathbf{q}} \\ + \mathbf{h} + \mathbf{g} - \boldsymbol{\tau}) - \dot{\mathbf{q}}^T \left[ \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left( \frac{\partial C}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \right] \dot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (21)$$

となり、また

$$\mathbf{B} = \left\| \frac{\partial C}{\partial \mathbf{r}^T} \right\| \left( \frac{\partial C}{\partial \mathbf{q}^T} \right) M^{-1} \quad (22)$$

と置くと式 (21) は以下ようになる。ただし、 $p \times n$  行列の  $\mathbf{B}$  は  $\text{rank}(\mathbf{B}) = p$  で行フルランクの行列である。

$$\begin{aligned} M_c \mathbf{f}_n = \mathbf{B} \mathbf{J}_t^T \mathbf{K} \mathbf{f}_n - \mathbf{B} \boldsymbol{\tau} + \mathbf{B} \{ D\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{h} + \mathbf{g} \} \\ - \dot{\mathbf{q}}^T \left[ \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left( \frac{\partial C}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \right] \dot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (23)$$

となる。ここで

$$\mathbf{a} = \mathbf{B} \{ D\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{h} + \mathbf{g} \} - \dot{\mathbf{q}}^T \left[ \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left( \frac{\partial C}{\partial \mathbf{q}^T} \right) \right] \dot{\mathbf{q}} \quad (24)$$

とすると

$$M_c \mathbf{f}_n = \mathbf{B} \mathbf{J}_t^T \mathbf{K} \mathbf{f}_n - \mathbf{B} \boldsymbol{\tau} + \mathbf{a} \quad (25)$$

となる。さらに

$$\mathbf{A} = M_c - \mathbf{B} \mathbf{J}_t^T \mathbf{K} \quad (26)$$

と置くことにより、

$$\mathbf{A} \mathbf{f}_n = \mathbf{a} - \mathbf{B} \boldsymbol{\tau} \quad (27)$$

となり、拘束点の抗力  $\mathbf{f}_n$  は入力トルク  $\boldsymbol{\tau}$  との代数方程式から求めることができる。

ここで、式 (17), (27) から  $\mathbf{f}_n$  を消去し、 $|\mathbf{A}| \neq 0$  と仮定し、 $\mathbf{C} = \mathbf{J}_c^T - \mathbf{J}_t^T \mathbf{K}$  と置いて整理すると

$$\begin{aligned} M\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h} + \mathbf{g} + D\dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau} + \mathbf{C} \mathbf{A}^{-1} (\mathbf{a} - \mathbf{B} \boldsymbol{\tau}) \\ = (\mathbf{I} - \mathbf{C} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}) \boldsymbol{\tau} + \mathbf{C} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{a} \end{aligned} \quad (28)$$

となる。式 (28) は任意のトルク  $\boldsymbol{\tau}$  を与えたときに常に拘束条件式 (4) を満たしながら運動することを示している。

### 2.4 モータを含めたロボットダイナミクス

本研究では、マニピュレータの関節を動かすのに使用するモータを直流サーボモータの等価な電子回路とする。ここで、モータの端子電圧  $v_i$ , 抵抗  $R_i$ , インダクタンス  $L_i$ , 回路を流れる電流  $i_i$ , モータの角変位  $\theta_i$ , 発生トルク  $\tau_{gi}$ , 負荷トルク  $\tau_{Li}$ , 逆起電力  $v_{gi}$ , モータの慣性モーメント  $I_{mi}$ , 逆起電力定数  $K_{Ei}$ , トルク定数  $K_{Ti}$ , 減速機の粘性摩擦係数  $d_{mi}$  とする。このときモータについて電圧方程式, 逆起電力, 運動方程式, 発生トルクの関係式は以下のように表現できる。

$$v_i(t) = L_i \dot{i}_i + R_i i_i(t) + v_{gi}(t) \quad (29)$$

$$v_{gi}(t) = K_{Ei} \dot{\theta}_i(t) \quad (30)$$

$$I_{mi} \ddot{\theta}_i = \tau_{gi}(t) - \tau_{Li}(t) - d_{mi} \dot{\theta}_i \quad (31)$$

$$\tau_{gi}(t) = K_{Ti} i_i(t) \quad (32)$$

ただし、磁界と各定数との関係から直流モータでは、 $K_{Ti} = K_{Ei} (= K_i)$  であることが知られている。

ここで、式 (30) を式 (29) に、式 (32) を式 (31) にそれぞれ代入すると、

$$v_i = L_i \dot{i}_i + R_i i_i + K_i \dot{\theta}_i \quad (33)$$

$$I_{mi} \ddot{\theta}_i = K_i i_i - \tau_{Li} - d_{mi} \dot{\theta}_i \quad (34)$$

となる。また、モータを減速比が  $k_i$  の歯車列を介してマニピュレータに取り付けた場合、

$$\theta_i = k_i q_i \quad (35)$$

$$\tau_{Li} = \frac{\tau_i}{k_i} \quad (36)$$

となり、式 (33), 式 (34) を  $\dot{i}_i$  と  $\tau_i$  の式にすると、

$$L_i \dot{i}_i = v_i - R_i i_i - K_i k_i \dot{q}_i \quad (37)$$

$$\tau_i = -I_{mi} k_i^2 \ddot{q}_i + K_i k_i i_i - d_{mi} k_i^2 \dot{q}_i \quad (38)$$

となる。式 (37), 式 (38) をベクトル, 行列で表記する場合、

$$L \dot{\mathbf{i}} = \mathbf{v} - \mathbf{R} \mathbf{i} - \mathbf{K}_m \dot{\mathbf{q}} \quad (39)$$

$$\boldsymbol{\tau} = -\mathbf{J}_m \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_m \mathbf{i} - \mathbf{D}_m \dot{\mathbf{q}} \quad (40)$$

と置く。ここに、

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= [v_1, v_2, \dots, v_s]^T \\ \mathbf{i} &= [i_1, i_2, \dots, i_s]^T \end{aligned}$$

であり、また、

$$\begin{aligned} \mathbf{L} &= \text{diag}[L_1, L_2, \dots, L_s] \\ \mathbf{R} &= \text{diag}[R_1, R_2, \dots, R_s] \\ \mathbf{K}_m &= \text{diag}[K_{m1}, K_{m2}, \dots, K_{ms}] \\ \mathbf{J}_m &= \text{diag}[J_{m1}, J_{m2}, \dots, J_{ms}] \\ \mathbf{D}_m &= \text{diag}[D_{m1}, D_{m2}, \dots, D_{ms}] \\ K_{mi} &= K_i k_i, J_{mi} = I_{mi} k_i^2, D_{mi} = d_{mi} k_i^2 \end{aligned}$$

と定義し、すべて正の要素を持つ。

式(40)を式(17)に代入して整理すると、

$$\begin{aligned} (\mathbf{M}(\mathbf{q}) + \mathbf{J}_m)\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + (\mathbf{D} + \mathbf{D}_m)\dot{\mathbf{q}} \\ = \mathbf{K}_m \mathbf{i} + (\mathbf{J}_c^T - \mathbf{J}_t^T \mathbf{K}) \mathbf{f}_n \end{aligned} \quad (41)$$

となる。式(14)と式(15)の関係と同様に、式(15)を満たす $\ddot{\mathbf{q}}$ と式(41)の $\ddot{\mathbf{q}}$ が同じ値をとるとき、式(41)の $\mathbf{q}(t)$ は式(5)を満たすことになる。

### 2.5 複数拘束条件付ロボット/モータの連立方程式

式(41)と式(17)の $\ddot{\mathbf{q}}$ が同じ値をとるため、抗力 $\mathbf{f}_n$ は従属的に決定される。この関係を表すため、式(41)、(17)を以下のように変形する。

$$\begin{aligned} (\mathbf{M}(\mathbf{q}) + \mathbf{J}_m)\ddot{\mathbf{q}} - (\mathbf{J}_c^T - \mathbf{J}_t^T \mathbf{K}) \mathbf{f}_n \\ = \mathbf{K}_m \mathbf{i} - \mathbf{h} - \mathbf{g} - (\mathbf{D} + \mathbf{D}_m)\dot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (42)$$

$$\left(\frac{\partial C_i}{\partial \mathbf{q}^T}\right) \ddot{\mathbf{q}} = -\dot{\mathbf{q}}^T \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left(\frac{\partial C_i}{\partial \mathbf{q}^T}\right)\right] \dot{\mathbf{q}} \quad (43)$$

式(43)の左辺の $\partial C_i / \partial \mathbf{q}^T$ は $1 \times s$ の横ベクトルであり、右辺の $\dot{\mathbf{q}}^T \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left(\frac{\partial C_i}{\partial \mathbf{q}^T}\right)\right] \dot{\mathbf{q}}$ はスカラーである。式(42)、式(43)、式(39)を合わせて以下の様な式に表す。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{M} + \mathbf{J}_m & -(\mathbf{J}_c^T - \mathbf{J}_t^T \mathbf{K}) & \mathbf{0} \\ \frac{\partial C}{\partial \mathbf{q}^T} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{f}_n \\ \mathbf{i} \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_m \mathbf{i} - \mathbf{h} - \mathbf{g} - (\mathbf{D} + \mathbf{D}_m)\dot{\mathbf{q}} \\ -\dot{\mathbf{q}}^T \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left(\frac{\partial C}{\partial \mathbf{q}^T}\right)\right] \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{v} - \mathbf{R} \mathbf{i} - \mathbf{K}_m \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (44)$$

ただし、

$$\mathbf{C} = [C_1, C_2, \dots, C_p]^T \quad (45)$$

は $p \times n$ 行列である。ここで、慣性項 $(\mathbf{M} + \mathbf{J}_m)$ は $n \times n$ 行列、抗力の係数ベクトル $(\mathbf{j}_c^T - \mathbf{j}_t^T \mathbf{K})$ は $n \times p$ の縦ベクトル、 $\partial \mathbf{C} / \partial \mathbf{q}^T$ は $p \times n$ の横ベクトル、インダクタンス $\mathbf{L}$ は $n \times n$ の対角行列である。さらに、

$$\mathbf{M}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{M} + \mathbf{J}_m & -(\mathbf{J}_c^T - \mathbf{J}_t^T \mathbf{K}) & \mathbf{0} \\ \frac{\partial C}{\partial \mathbf{q}^T} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_m \mathbf{i} - \mathbf{h} - \mathbf{g} - (\mathbf{D} + \mathbf{D}_m)\dot{\mathbf{q}} \\ -\dot{\mathbf{q}}^T \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left(\frac{\partial C}{\partial \mathbf{q}^T}\right)\right] \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{v} - \mathbf{R} \mathbf{i} - \mathbf{K}_m \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \quad (47)$$

とおくと、式(44)は、

$$\mathbf{M}^* \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{f}_n \\ \mathbf{i} \end{bmatrix} = \mathbf{c} \quad (48)$$

と表される。式(48)を未知である $\ddot{\mathbf{q}}$ 、 $\mathbf{f}_n$ 、 $\mathbf{i}$ の式にすると、

$$\begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{f}_n \\ \mathbf{i} \end{bmatrix} = \mathbf{M}^{*-1} \mathbf{c} \quad (49)$$

となり、未知である $\ddot{\mathbf{q}}$ 、 $\mathbf{f}_n$ 、 $\mathbf{i}$ を同時に求めることができる。

### 3 コントローラ

拘束条件 $\mathbf{C}(\mathbf{r}(\mathbf{q}))$ と等しい次元にあり、環境と拘束された複数のリンクの間に働く目標抗力 $\mathbf{f}_{nd}$ を得られる抗力と位置を分離制御する制御則は式(27)から直接得ることができる。

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{B}^+ (\mathbf{a} - \mathbf{A} \mathbf{f}_{nd}) + (\mathbf{I} - \mathbf{B}^+ \mathbf{B}) \mathbf{l} \quad (50)$$

$\partial \mathbf{C} / \partial \mathbf{q}$ は行フルランクの行列、 $\mathbf{M}$ は常に正則であるので $p \times n$ 行列の $\mathbf{B}$ は $\text{rank}(\mathbf{B}) = p$ で行フルランクの行列である。そこで、 $n \times 1$ のベクトル $\boldsymbol{\tau}$ は抗力を制御したあとに $n - p$ の冗長性があり、 $\text{rank}(\mathbf{I} - \mathbf{B}^+ \mathbf{B}) = n - p$ となる。したがって、 $\boldsymbol{\tau}$ の残っている制御入力の手先目標軌道 $\mathbf{r}_d$ を追従するためや他の目的のために任意のベクトル $\mathbf{l}$ として使うことができる。

式(27)は拘束条件の数 $p$ の仮定から得られる。 $\mathbf{l}$ は拘束位置 $p$ で位置制御に用いることができ、下式で与える。

$$\begin{aligned} \mathbf{l} &= \sum_{i=1}^p \mathbf{J}_i^T [K_{pi} (\mathbf{r}_{di} - \mathbf{r}_i) + K_{di} (\dot{\mathbf{r}}_{di} - \dot{\mathbf{r}}_i)] \\ &+ \mathbf{J}_n^T [K_{pn} (\mathbf{r}_{dn} - \mathbf{r}_n) + K_{dn} (\dot{\mathbf{r}}_{dn} - \dot{\mathbf{r}}_n)] \end{aligned} \quad (51)$$

右辺第1項は拘束点の位置制御に、右辺第2項は手先の位置制御にそれぞれ用いる。 $\text{rank}(\mathbf{I} - \mathbf{B}^+ \mathbf{B}) = n - p$ の $\mathbf{B}$ のゼロ空間に注目すると式(51)に含まれる仕事の次元を式(51)の仕事と関係しない他の仕事に使うことは出来ない。

$p \times n$ の行列 $\mathbf{B}(\mathbf{q})$ が行フルランクと仮定し、式(27)への入力である式(50)の $\boldsymbol{\tau}$ が開ループであることを考えれば下式を得られる。

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \mathbf{f}_n &= \mathbf{a} - \mathbf{B} \{ \mathbf{B}^+ (\mathbf{a} - \mathbf{A} \mathbf{f}_{nd}) + (\mathbf{I} - \mathbf{B}^+ \mathbf{B}) \mathbf{l} \} \\ &= \mathbf{A} \mathbf{f}_{nd} \end{aligned} \quad (52)$$

$p \times p$ の行列 $\mathbf{A}$ が逆行列を持つとき、 $\mathbf{f}_n = \mathbf{f}_{nd}$ となる。

式(50)は直接トルクを発生させることができる直接駆動モータのロボットでは使うことができるが、普通のモータの入力は電圧である。この場合、式(50)のコントローラは下式に書き換えることができる。

$$\mathbf{v} = \mathbf{K}_v [\mathbf{B}^+ (\mathbf{a} - \mathbf{A} \mathbf{f}_{nd}) + (\mathbf{I} - \mathbf{B}^+ \mathbf{B}) \mathbf{l}] \quad (53)$$

ここで $\mathbf{v}$ はモータの入力電圧、 $\mathbf{K}_v$ は正定値の係数行列である。また、Fig. 4は式(27)が表す入力トルク $\boldsymbol{\tau}$ と抗力 $\mathbf{f}_n$ の代数方程式と抗力と位置を分離制御する方法を表す。

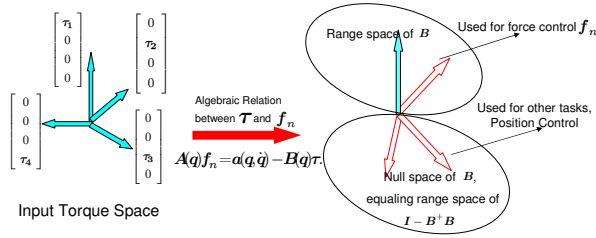


Fig. 4: Algebraic relation

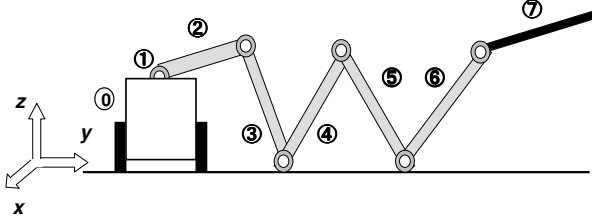


Fig. 5: Simulation model

## 4 シミュレーション

### 4.1 コントローラの有効性の検証

この節では、提案するコントローラの式 (53) が位置と力を同時かつ非干渉に制御できることをシミュレーションにより示す。Fig.5のような7リンクマニピュレータでシミュレーションを行い、数字はリンクの数を表す。台車をリンク0とし、台車とリンク2の結合点にあるz軸まわりの長さのない関節をリンク1、他のx軸まわりの関節の先にあるリンクを手前からリンク2, 3, ..., 7とする。ここで、物理パラメータを次のように設定した。それぞれのリンクの質量を  $m_i = 5.0[\text{kg}]$ 、長さを  $l_i = 0.6[\text{m}]$ 、関節の粘性摩擦係数を  $D_i = 2.0[\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}/\text{rad}]$ 、トルク定数を  $K_i = 0.203[\text{N} \cdot \text{m}/\text{A}]$ 、抵抗を  $R_i = 1.1[\Omega]$ 、インダクタンスを  $L_i = 0.0017[\text{H}]$ 、モータの慣性モーメントを  $I_{mi} = 1.64 \times 10^{-4}[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$ 、減速比を  $k_i = 3.0$ 、減速器の粘性摩擦係数を  $d_{mi} = 0.01[\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}/\text{rad}]$  とし、パラメータは実際のモータの仕様書から得ている。第4リンクの関節と第6リンクの関節を拘束し。以下では肘1、肘2と呼ぶ。肘1と肘2の目標抗力を  $f_{4d} = f_{6d} = 125[\text{N}]$ 、手先の目標軌道  $(y_d, z_d)[\text{m}]$  と肘1の目標軌道  $y_{4d}[\text{m}]$ 、肘2の目標軌道  $y_{6d}[\text{m}]$  を以下のように与える。

$$y_d = 0.1 \cos \frac{2\pi}{T} t + 2.0 \quad (54)$$

$$z_d = 0.1 \sin \frac{2\pi}{T} t + 0.3 \quad (55)$$

$$y_{4d} = 0.1 \sin \frac{2\pi}{T} t + 0.55 \quad (56)$$

$$y_{6d} = 0.1 \cos \frac{2\pi}{T} t + 1.2 \quad (57)$$

ただし、周期を  $T = 5[\text{sec}]$ 、シミュレーション時間を  $10[\text{sec}]$ 、サンプリングタイムを  $5[\text{msec}]$  とし、リンクの初期関節角度をそれぞれ  $(q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7) = (0.0, 0.0, -0.4\pi, -0.5\pi, 0.7\pi, -0.6\pi, 0.7\pi, -0.5\pi)[\text{rad}]$  とする。このときのトルク入力の手先の抗力を Fig.6, 肘

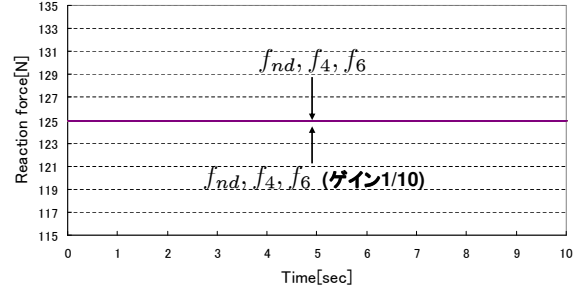


Fig. 6: Reaction force of the elbow(torque input)

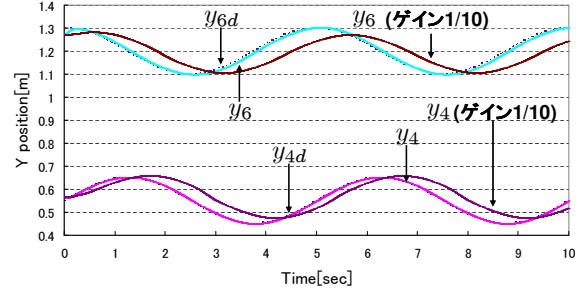


Fig. 7: Position of the elbow(torque input)

の位置を Fig.7, 手先の位置を Fig.8 に示し、電圧入力の手先の抗力を Fig.9, 肘の位置を Fig.10, 手先の位置を Fig.11 に示す。Figs.6-11 より適切なゲイン (手先までのゲイン  $K_p = 8000[\text{N}], K_d = 300[\text{N} \cdot \text{s}]$ , 肘1までのゲイン  $K_p = 9000[\text{N}], K_d = 500[\text{N} \cdot \text{s}]$ , 肘2までのゲイン  $K_p = 5000[\text{N}], K_d = 300[\text{N} \cdot \text{s}]$  を与えたときに位置、抗力ともに目標値に追従している。つまり、位置と抗力は同時に制御できることが分かる。また、適切なゲインの1/10倍のゲインを与えると位置の追従精度は悪くなるが抗力は目標値に追従している。つまり、位置と抗力は互いに干渉していないことが分かる。

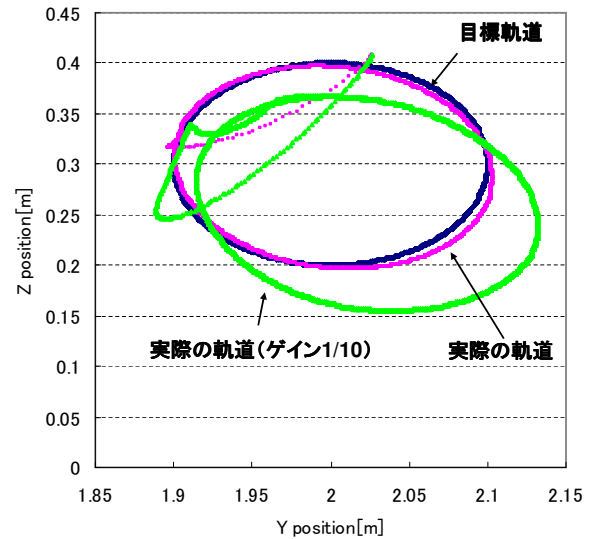


Fig. 8: Position of the hand(torque input)



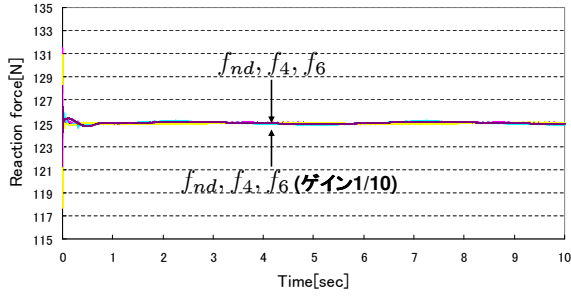


Fig. 9: Reaction force of the elbow(voltage input)

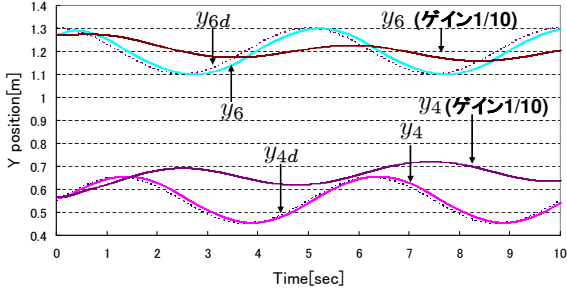


Fig. 10: Position of the elbow(voltage input)

#### 4.2 肘付き抗力の最適化

この節では抗力の最適化について述べる. 式 (53) の右辺第 1 項が 0 となるような抗力を設定することにより抗力によるエネルギーの消費量を抑えることができると考えられる. そこで目標抗力  $f_{nw}$  は以下の式で得られる.

$$\mathbf{f}_{nw} = \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{A}} \quad (58)$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{B} \left\{ (\mathbf{D} + \mathbf{D}_m) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{h} + \mathbf{g} - \dot{\mathbf{q}}^T \left[ \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left( \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \dot{\mathbf{q}}^T} \right) \right] \dot{\mathbf{q}} \right\} \quad (59)$$

$$\mathbf{B} = \left\| \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{r}^T} \right\| \left\{ \left( \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \dot{\mathbf{q}}^T} \right) (\mathbf{M} + \mathbf{J}_m)^{-1} \right\} \quad (60)$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{M}_c - \mathbf{B} \mathbf{J}_t^T \mathbf{K} \quad (61)$$

ただし, 最適化の評価関数として消費エネルギーを用いているためモータのダイナミクスを含む. ここで消費エネルギーの導出方法を以下に示す. マニピュレータの  $i$  リンクでの消費エネルギーは

$$E_i(t) = \int_0^t v_i(t) i_i(t) dt \quad (62)$$

となり, 全リンクでの消費エネルギーは以下のように求めることができる.

$$E_{sum}(t) = \sum_{i=1}^4 E_i(t) \quad (63)$$

シミュレーションは Fig.3 で表す 4 リンクマニピュレータで行う. 物理パラメータを次のように設定し

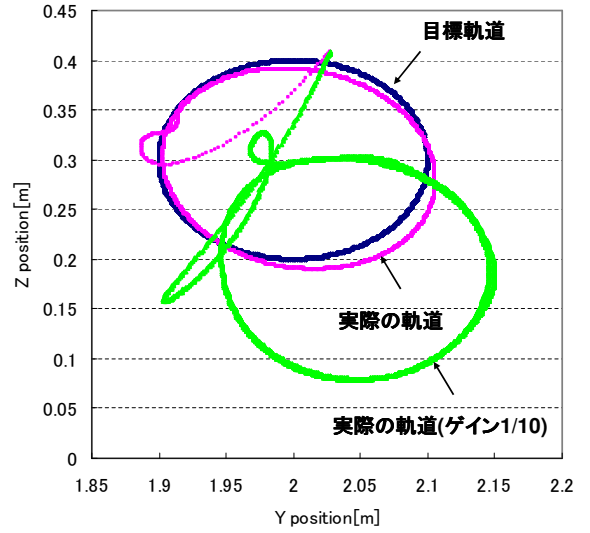


Fig. 11: Position of the hand(voltage input)

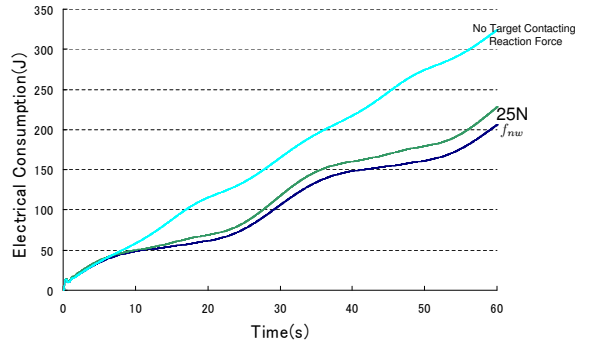


Fig. 12: Electrical consumption comparison of simulation of following trajectory

た. それぞれのリンクの質量  $m_{1,2,3} = 1.0[kg]$ ,  $m_4 = 0.5[kg]$ , 長さ  $l_i = 0.5[m]$ , 関節の粘性摩擦係数  $D_i = 2.9[N \cdot m \cdot s/rad]$ , 手先の比例ゲイン  $k_{pi} = 600[N]$ , 手先の微分ゲイン  $k_{di} = 100[N \cdot s]$ , 肘位置の比例ゲイン  $k_{pei} = 600[N]$ , 肘位置の微分ゲイン  $k_{dei} = 100[N \cdot s]$ , トルク定数  $K_i = 0.2[N \cdot m/A]$ , 抵抗  $R_i = 0.6[\Omega]$ , インダクタンス  $L_i = 0.17[H]$ , モータの慣性モーメント  $Im_i = 1.64 \times 10^{-4}[kg \cdot m^2]$ , 減速比  $k_i = 3.0$ , 減速機の粘性摩擦係数  $dm_i = 0.1[N \cdot m \cdot s/rad]$ . また, 手先の目標軌道  $(y_d, z_d)[m]$  と肘の目標位置  $y_{2d}[m]$  を下式で与える.

$$y_{2d} = 0.6 \quad (64)$$

$$y = 0.15 \cos\left(\frac{\pi}{15}t\right) + 1.1 \quad (65)$$

$$z = 0.15 \sin\left(\frac{\pi}{15}t\right) + 0.4 \quad (66)$$

Fig.12 は定常値で最も消費エネルギーが少なかった目標抗力 25[N]<sup>16)</sup>, 時変の目標抗力  $f_{nw}$ , 目標抗力を与えない場合の消費エネルギーを示している. Fig.12 より, 時変の目標抗力  $f_{nw}$  を与えたときに消費エネルギーが最も少なくなっていることから提案した手法の有効性が確認できた.

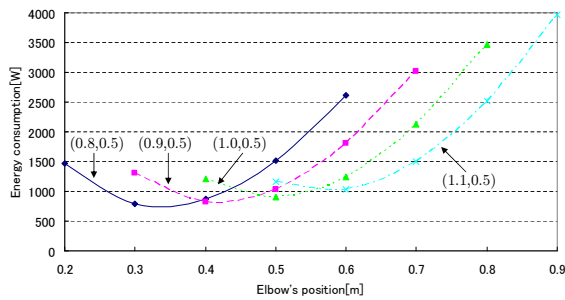


Fig. 13: Evaluation of energy consumption

### 4.3 肘付き位置の最適化

この節では肘付き位置の最適化について述べる。手先と肘の目標値を以下のように与える。ただし、各リンクの初期関節角度は肘と手先の初期位置から逆運動学を解いて与えている。

$$y_{2d} = const. \quad (67)$$

$$y_d = 0.2 \cos\left(\frac{2\pi}{10}t\right) + y_c \quad (68)$$

$$z_d = 0.2 \sin\left(\frac{2\pi}{10}t\right) + 0.5 \quad (69)$$

手先の比例ゲイン  $k_{pi} = 300[N]$ 、手先の微分ゲイン  $k_{di} = 50[N \cdot s]$ 、肘位置の比例ゲイン  $k_{pei} = 200[N]$ 、肘位置の微分ゲイン  $k_{dei} = 40[N \cdot s]$  とし、他のパラメータは前節のシミュレーションと同じとする。Fig.13は手先目標軌道の中心座標を  $(y_c, z_c)[m] = (0.8, 0.5)$ ,  $(0.9, 0.5)$ ,  $(1.0, 0.5)$ ,  $(1.1, 0.5)$  と変化させたときに  $0.1[m]$  刻みで与えた複数の肘付き位置で50秒間の消費エネルギーを示している。Fig.13より、手先目標軌道の中心座標からY軸負の方向に  $0.5[m]$  離れている肘付き位置が消費エネルギーが最小になることが分かった。

## 5 おわりに

本論文では肘付拘束冗長性を利用してハンド軌道追従と拘束運動を同時かつ非干渉に制御できるコントローラの有効性をシミュレーションにより確認した。また、マニピュレータの肘付き位置と抗力を最適化することにより更なる消費エネルギーの低減を目指し、シミュレーション結果から消費エネルギーに基づく肘付き位置と抗力の最適化について考察した。今後の方針としては肘付き抗力と位置の最適化を組み合わせて更なるエネルギーの最適化を図ることが挙げられる。

## 参考文献

- 1) G.S. Chirikjian, J.W. Burdick: "A Hyper-Redundant Manipulator", *IEEE Robotics & Automation Magazine*, December 1994, 22/29(1994).
- 2) K. Glass, R. Colbaugh, D. Lim, H. Seraji: "Real-time collision avoidance for redundant manipulators", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol.11, 448/457(1995).
- 3) H. Seraji, B. Bon: "Real-Time Collision Avoidance for Position-Controlled Manipulators", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol.15, No.4, 670/677(1999).
- 4) L. Zlajpah, B. Nemeč: "Kinematic Control Algorithms for On-line Obstacle Avoidance for Redundant Manipulator", *International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Lausanne, Vol.2, 1898/1903(2002).

- 5) K.K. Lee, M. Buss: "Obstacle Avoidance for Redundant Robots Using Jacobian Transpose Method", *International Conference on Intelligent Robots and Systems*, San Diego, 3509/3514(2007).
- 6) R. Kurazume, T. Hasegawa: "Impedance Matching for Free Flying Robots", (in Japanese) *In The 20th Annual Conference of the Robotics Society of Japan*, 3J16(2002).
- 7) R. Kurazume, T. Hasegawa: "A New Index of Serial-Link Manipulator Performance Combining Dynamic Manipulability and Manipulating Force Ellipsoid", *IEEE Transactions on Robotics*, Vol.22, No.5, 1022/1028(2006).
- 8) F.Fahimi, H.Ashrafuon, C.Nataraj: "Obstacle Avoidance for Spatial Hyper-Redundant Manipulators", *The First Asian Conference on Multibody Dynamics 2002*, 247/254(2002).
- 9) S. Ma, M. Watanabe, H. Kondo: "Dynamic control of curve-constrained hyper-redundant manipulators", *Computational Intelligence in Robotics and Automation*, 2001. Proceedings 2001 IEEE International Symposium, 83/88(2001).
- 10) N. Oda, T. Murakami, K. Ohnishi: "A force based motion control strategy for hyper-redundant manipulator", *Industrial Electronics, Control and Instrumentation*, IECON 97. 23rd International Conference, vol.3, 1385/1390(1997).
- 11) S. Hirose, R. Chu: "Development of a light weight torque limiting M-Drive actuator for hyper-redundant manipulator Float Arm", *Robotics and Automation*, 1999. Proceedings. 1999 IEEE International Conference, Vol.4, 2831/2836(1999).
- 12) H. West and H. Asada: "A Method for the Design of Hybrid Position/Force Controllers for Manipulators Constrained by Contact with the Environment", *Proc. of 1985 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 251/260(1985).
- 13) J. Park and O. Khatib: "Multi-Link Multi-Contact Force Control for Manipulators", *Proc. of 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 3624/3629(2005).
- 14) A. Petrovskaya, J. Park and O. Khatib: "Probabilistic Estimation of Whole Body Contacts for Multi-Contact Robot Control", *Proc. of 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 568/573(2007).
- 15) Z. X. Peng, N. Adachi: "Position and Force Control of Manipulators without Using Force Sensors(in Japanese)", *Trans. of JSME(C)*, Vol.57, 1625/1630(1991).
- 16) T. Ozaki: "Relations between Consumed Energy of Constraint Motion and Contacting Reaction Force(in Japanese)", a graduation thesis of Department of Systems Engineering, Faculty of Engineering, Okayama University, (2012).