

# 同次元オブザーバを用いた倒立振り子型車両の姿勢制御

## Posture Control of Inverted Pendulum Cart Using Full-Order State Observer

○ 橋本 雄侍 (岡山大) 正 松野 隆幸 (岡山大)  
正 矢納 陽 (岡山大) 正 見浪 護 (岡山大)

Yuji HASHIMOTO, Okayama University, psrz4ibs@s.okayama-u.ac.jp  
Takayuki MATSUNO, Okayama University  
Akira YANO, Okayama University  
Mamoru MINAMI, Okayama University

A lot of researches on inverted pendulum cart are conducted in recent years. And it attracts as a personal vehicle that realizes energy saving for many practical applications. However, because most conventional personal vehicles require a certain level of physical ability from the driver, it is not suitable for elderly and disabled people to drive.

Therefore, an inverted pendulum cart with a sliding mechanism for posture control that could be ridden by anyone has been developed. First, algorithm to estimate the lean angle, that is calculated based on center of gravity of the cart, using the full-order state observer is proposed in this research. Secondly, algorithm to keep the posture of cart perpendicular against the change of the center of gravity is proposed. Then, desired position of slider is calculated based on the estimated lean angle. Finally, the effectiveness of algorithm is confirmed through a simulation.

**Key Words:** Inverted pendulum, Wheeled mobile robot, Personal mobility

## 1 緒言

倒立振り子は、子供が傘や棒を逆さに立てる遊びと同様の動作を自動制御で行う機械システムである。構造的には振り機構部分にアクチュエータをもたないため、自由度よりアクチュエータ数の少ないシステム、いわゆる劣駆動系 (Under actuated system) の一種でもある [1]。この倒立振り機構を取り入れ、故意にバランスを崩すことによって生じる加速度を移動に利用することで制御を行う車両を倒立振り子型車両と呼ぶ。研究としての倒立振り子型車両は現代制御理論の応用例として山藤ら [2] によって提案され、今日に至るまで様々な研究者によって構造の違いによる機能の実現が提案された。また、近年倒立振り子型車両に関する研究が盛んに行われており [3]-[6]、実用に目を向けるとセグウェイ [7] や P.U.M.A.[8]、MOBIRO[9] に代表される倒立振り子型車両は省エネルギーを実現するパーソナルモビリティとして注目を集めている。特に Segway は平行 2 輪のみで実用上問題ない程度の安定性を確保しており、車輪型倒立振り子制御の信頼性を実証している。これらのパーソナルモビリティは、占有体積が小さく重量が軽いため人ひとりに対する移動エネルギー効率が良いという利点を持っている [10]。これはパーソナルモビリティの大きな長所である。しかし、従来のパーソナルモビリティは搭乗者が自分で重心を制御するため一定の運動能力が必要となり、高齢者や身体が不自由な者には適していない。しかし、省エネルギー社会を実現するためには誰でも搭乗可能であることが求められる。

そこで我々は、誰にでも搭乗可能なパーソナルモビリティとして、スライド式重心制御機構を備えた倒立振り子型車両を開発してきた [11]。開発してきた倒立振り子型車両ではスライダ部が前後に移動することで重心位置を変化させ車体の姿勢を垂直に維持するので、搭乗者は加減速やカーブなどで自ら重心を意識して移動させる必要がない。

倒立振り子型車両の姿勢安定化において、重心位置は重要である。しかし、搭乗者によって倒立振り子型車両の重心位置は変化する。本報告では、同次元オブザーバを用いて車両の前後方向における重心の傾きを推定するアルゴリズムを提案する。次に、推定し

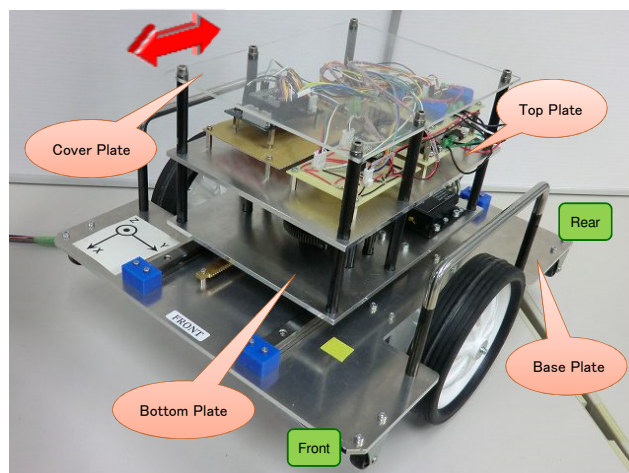


Fig.1 Inverted pendulum cart

た重心の傾きに応じてスライダの目標値を変更することで、重心の変化に対しても直立状態を維持するアルゴリズムを提案する。最後に、シミュレーションを用いてアルゴリズムの有効性を確認した。

## 2 倒立振り子型車両のモデル化

### 2.1 倒立振り子型車両の構造

倒立振り子型車両の外観を図 1 に示す。構造の基礎となる板を下から順にベースプレート、ボトムプレート、トッププレート、カバープレートとする。ベースプレートにはラックギアやレール、ストップ、ボトムプレートにはモータ、モータドライバ、エンコーダ、トッププレートにはセンサ類やマイコンが取り付けられている。

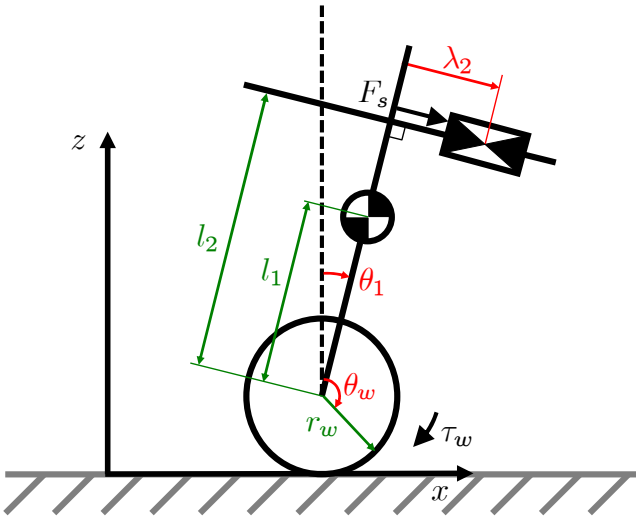


Fig.2 Dynamics model of the inverted pendulum cart

Table 1 Parameters of inverted pendulum cart

SYMBOLS	MEANINGS	VALUES
$m_1$ [kg]	Weight of cart	4.831
$m_2$ [kg]	Weight of slider	3.456
$m_w$ [kg]	Weight of wheel	0.419
$r_w$ [m]	Radius of wheel	0.0825
$I_1$ [kgm <sup>2</sup> ]	Inertia moment of cart	$29.2 \times 10^{-3}$
$I_2$ [kgm <sup>2</sup> ]	Inertia moment of slider	$50.0 \times 10^{-3}$
$I_w$ [kgm <sup>2</sup> ]	Inertia moment of wheel	$1.43 \times 10^{-3}$
$l_1$ [m]	Height of COG of cart from center of wheel	0.0191
$l_2$ [m]	Height of COG of slider from center of wheel	0.0912
$D_1$ [Nms]	Coefficient of viscous friction for wheel axis	0.05
$D_2$ [Ns/m]	Coefficient of viscous friction for velocity of slider	0.05
$D_w$ [Nms]	Coefficient of viscous friction or angular velocity of wheel angle	0.05
$g$ [m/s <sup>2</sup> ]	Gravitational acceleration	9.8

## 2.2 システムダイナミクスの導出

倒立振り子型車両のダイナミクスのモデルを図2に示す。ここで状態量は  $\theta_1$  [rad]:車体姿勢角度,  $\theta_w$  [rad]:ホイール回転角度,  $\lambda_2$  [m]:スライダの移動量, 制御入力  $\tau_w$  [Nm]:ホイールモータトルク,  $F_S$  [N]:スライダモータが発生させるシート移動推進力である。

倒立振り子型車両のシステムダイナミクスの導出の際に用いる各パラメータを表1に示す。図2より、運動エネルギー  $T$  とポテンシャルエネルギー  $V$  を導出し、システムダイナミクスの導出を行う。

$$\begin{aligned}
 T = & \frac{1}{2} m_w (r_w \dot{\theta}_w)^2 + \frac{1}{2} I_w \dot{\theta}_w^2 \\
 & + \frac{1}{2} m_1 (r_w \dot{\theta}_w + l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1)^2 + \frac{1}{2} m_1 (-l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1)^2 \\
 & + \frac{1}{2} m_2 \{ r_w \dot{\theta}_w + (l_2 \cos \theta_1 - \lambda_2 \sin \theta_1) \dot{\theta}_1 + \dot{\lambda}_2 \cos \theta_1 \}^2 \\
 & + \frac{1}{2} m_2 \{ (-l_2 \sin \theta_1 - \lambda_2 \cos \theta_1) \dot{\theta}_1 - \dot{\lambda}_2 \sin \theta_1 \}^2 \\
 & + \frac{1}{2} (I_1 + I_2) \dot{\theta}_1^2 \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$V = m_1 g l_1 \cos \theta_1 + m_2 g (l_2 \cos \theta_1 - \lambda_2 \sin \theta_1) \quad (2)$$

従ってラグランジアン

$$\begin{aligned}
 L = & \frac{1}{2} I_w^* \dot{\theta}_w^2 \\
 & + \frac{1}{2} (m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + m_2 \lambda_2^2 + I_1 + I_2) \dot{\theta}_1^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{2} m_2 \dot{\lambda}_2^2 \\
 & + \{ m_1 l_1 \cos \theta_1 + m_2 (l_2 \cos \theta_1 - \lambda_2 \sin \theta_1) \} r_w \dot{\theta}_w \dot{\theta}_1 \\
 & + m_2 r_w \cos \theta_1 \dot{\theta}_w \dot{\lambda}_2 \\
 & + m_2 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\lambda}_2 \\
 & - m_1 g l_1 \cos \theta_1 - m_2 g (l_2 \cos \theta_1 - \lambda_2 \sin \theta_1) \quad (3)
 \end{aligned}$$

を得る。ここで

$$I_w^* = I_w + (m_1 + m_2 + m_w) r_w^2 \quad (4)$$

である。ラグランジュ方程式

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_w} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_w} + D_w \dot{\theta}_w + D_1 (\dot{\theta}_w - \dot{\theta}_1) = \tau_w \quad (5)$$

より次式を得る。

$$\begin{aligned}
 I_w^* \ddot{\theta}_w + r_w \{ (m_1 l_1 + m_2 l_2) \cos \theta_1 - m_2 \lambda_2 \sin \theta_1 \} \ddot{\theta}_1 \\
 + m_2 r_w \cos \theta_1 \ddot{\lambda}_2 \\
 = \tau_w - (D_w + D_1) \dot{\theta}_w + D_1 \dot{\theta}_1 + r_w \{ (m_1 l_1 + m_2 l_2) \sin \theta_1 \\
 + m_2 \lambda_2 \cos \theta_1 \} \dot{\theta}_1^2 + 2 m_2 r_w \sin \theta_1 \dot{\theta}_1 \dot{\lambda}_2 \quad (6)
 \end{aligned}$$

また、同様に

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} + D_1 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_w) = -\tau_w \quad (7)$$

より次式を得る。

$$\begin{aligned}
 r_w \{ (m_1 l_1 + m_2 l_2) \cos \theta_1 - m_2 \lambda_2 \sin \theta_1 \} \ddot{\theta}_w \\
 + (m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + m_2 \lambda_2^2 + I_1 + I_2) \ddot{\theta}_1 + m_2 l_2 \ddot{\lambda}_2 \\
 = -\tau_w - D_1 \dot{\theta}_1 + D_1 \dot{\theta}_w - 2 m_2 \lambda_2 \dot{\theta}_1 \dot{\lambda}_2 \\
 + (m_1 l_1 + m_2 l_2) g \sin \theta_1 + m_2 g \lambda_2 \cos \theta_1 \quad (8)
 \end{aligned}$$

また、同様に

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\lambda}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial \lambda_2} + D_2 \dot{\lambda}_2 = F_S \quad (9)$$

より次式を得る。

$$\begin{aligned}
 m_2 r_w \cos \theta_1 \ddot{\theta}_w + m_2 l_2 \ddot{\theta}_1 + m_2 \ddot{\lambda}_2 \\
 = F_S - D_2 \dot{\lambda}_2 + m_2 \lambda_2 \dot{\theta}_1^2 + m_2 g \sin \theta_1 \quad (10)
 \end{aligned}$$

## 3 シミュレーション

一般的な倒立振り子では、振り子部分が単純な形状をしているため振り姿勢を安定させると重心位置は支点鉛直上に存在する。しかし、倒立振り子型車両では、振り子部分が複雑な形状をしているため車体姿勢が安定化したときに重心位置が車輪鉛直上に存在するとは限らない。また搭乗者によって重心位置も変化する。そこで、本論文では同一次元オブザーバを用いて車両の前後方向における重心の傾きを推定し、推定した重心の傾きに応じてスライダの目標値を変更することで、重心の変化に対しても直立状態を維持するアルゴリズムを提案する。提案するアルゴリズムの有効性を確認するため、scilab[12]を用いて状態フィードバック制御シミュレーションと同一次元オブザーバによるフィードバック制御シミュレーションを行い、比較を行う。

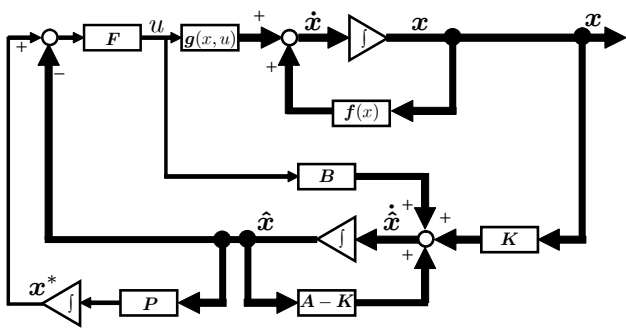


Fig.3 Control law

### 3.1 制御則

制御則を図3に示す. 本論文では, オブザーバによる状態量の推定値より制御入力を決定し, シミュレーションを行う. また, 推定した重心の傾きに応じてスライダの目標値の変更を行い, 重心の変化に対しても直立状態を維持する. スライダの目標値の変更量は

$$\lambda_2^* = P \int \hat{\theta}_1 dt \quad (11)$$

である. ここで  $P$  は, ヒューリスティックに決定し,

$$P = 3.0 \left[ \frac{\text{m}}{\text{rad} \cdot \text{s}} \right] \quad (12)$$

とした.  
ここで

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_w & \dot{\theta}_1 & \dot{\lambda}_2 & \theta_w & \theta_1 & \lambda_2 \end{bmatrix}^T \quad (13)$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\hat{\theta}}_w & \dot{\hat{\theta}}_1 & \dot{\hat{\lambda}}_2 & \hat{\theta}_w & \hat{\theta}_1 & \hat{\lambda}_2 \end{bmatrix}^T \quad (14)$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \tau_w & F_s \end{bmatrix}^T \quad (15)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -0.97 & -3.53 & -17.23 & -0.29 & -25.99 & -101.24 \\ 0.41 & 0.54 & 7.44 & 0.13 & 6.66 & 30.59 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 8.03 & -4.76 & -1.50 & 7.39 & -9.01 & -1.18 \\ -4.76 & 16.57 & 0.24 & -2.88 & 10.15 & 3.57 \\ -1.50 & 0.24 & 0.67 & -1.17 & 1.41 & 0.24 \\ 0.74 & -0.29 & -0.12 & 3.02 & -0.46 & -0.12 \\ -0.90 & 1.01 & 0.14 & -0.46 & 1.57 & 0.12 \\ -0.12 & 0.36 & 0.02 & -0.12 & 0.12 & 0.16 \end{bmatrix} \quad (17)$$

である.

### 3.2 シミュレーション環境

シミュレーション上で実現する動作は, 図4に示すように, シミュレーション開始1[s]後に目標角速度3.03[rad/s]を与え, 14[s]後に搭乗者の動きによる重心位置の変化を模擬するために, スライダ部にスライダ部重量  $m_2$  の10%の重さの物体を加え, 20[s]後に目標角速度0[rad/s]を与えて姿勢制御シミュレーションを行う.

### 3.3 シミュレーション結果

状態フィードバック制御シミュレーションにおけるホイール回転角度  $\theta_w$  を図5, 車体姿勢角度  $\theta_1$  を図6, スライダ位置  $\lambda_2$  を図7に示す. また, 同一次元オブザーバによるフィードバック制御シミュレーションにおけるホイール回転角度  $\theta_w$  を図8, 車体姿勢角度  $\theta_1$  を図9, スライダ位置  $\lambda_2$  を図10に示す.

### 3.4 考察

図5と図8よりどちらの制御でも発進と停止が実現されていることが分かる. 図6と図9を比較すると状態フィードバックを用いた姿勢制御では, 車体角度が  $1.72 \times 10^{-3}$ [rad] 傾いた状態で安定したのに対し, 同一次元オブザーバによるフィードバックを用

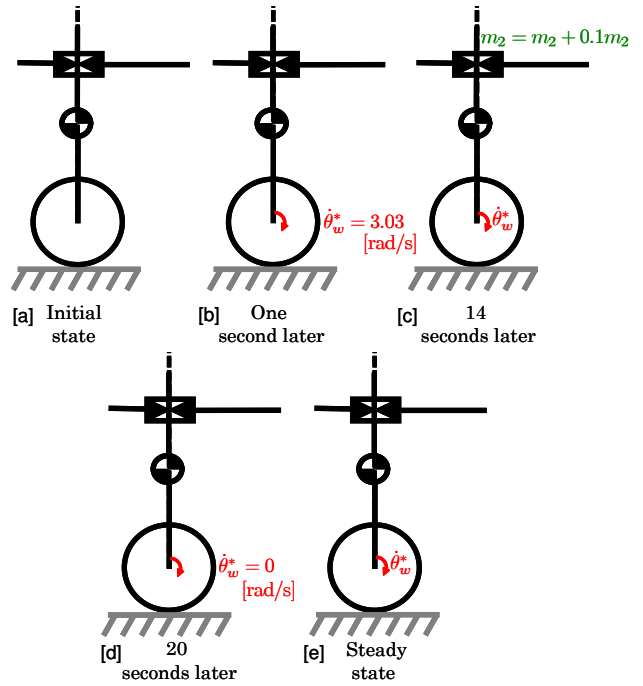


Fig.4 Simulation situation

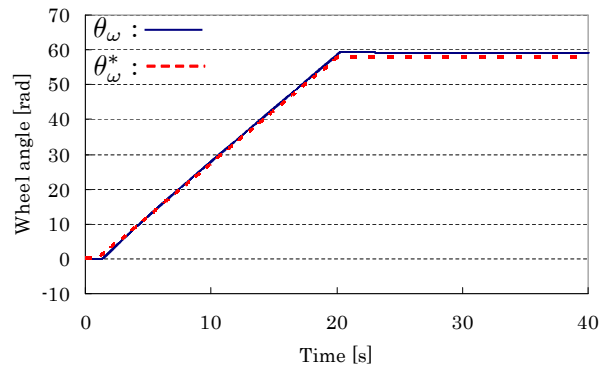


Fig.5 Simulation result of the wheel angle using the state feedback control

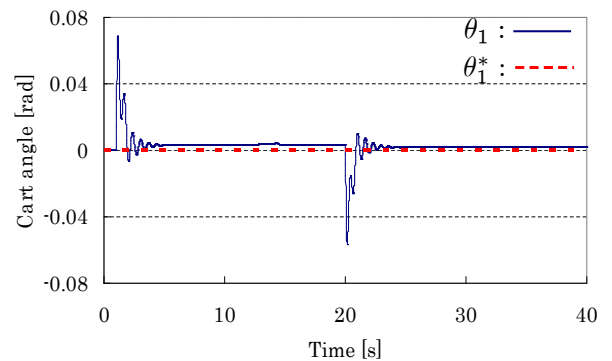


Fig.6 Simulation result of the cart angle using the state feedback control

いた姿勢制御では, 車体角度が  $-3.61 \times 10^{-5}$ [rad] とほぼ垂直状態で安定した. 図7と図10よりどちらの制御でも発進と停止の際に急激なスライダ位置の変化が見られるが, 同一次元オブザー

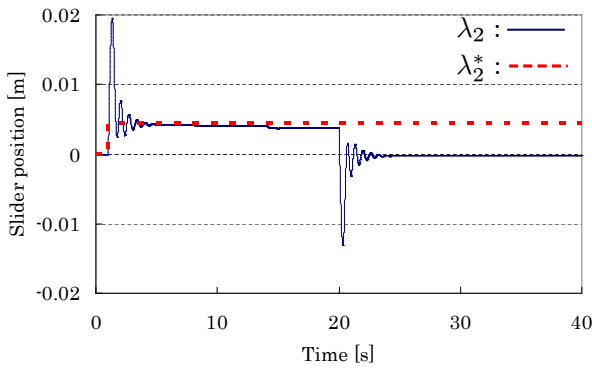


Fig.7 Simulation result of the slider position using the state feedback control

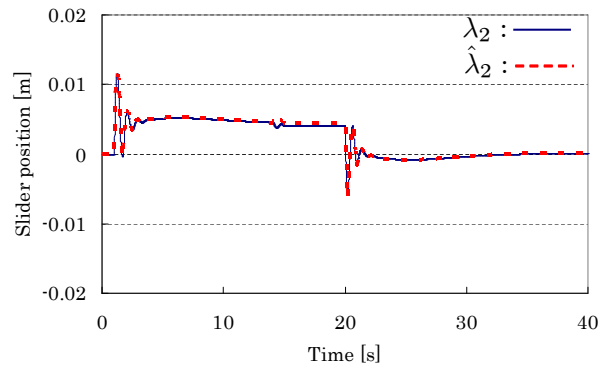


Fig.10 Simulation result of the slider position using the full-order state observer

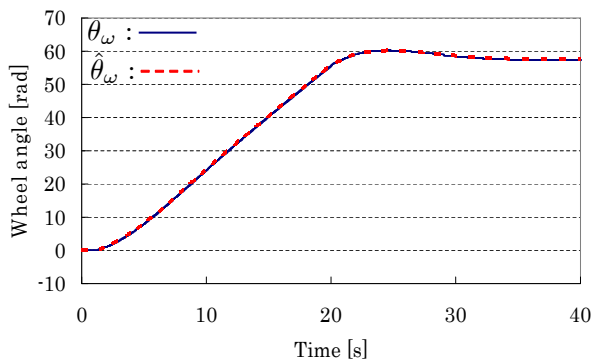


Fig.8 Simulation result of the wheel angle using the full-order state observer

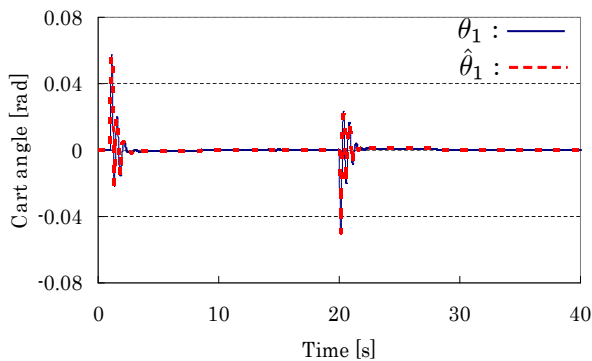


Fig.9 Simulation result of the cart angle using the full-order state observer

バによるフィードバックを用いた姿勢制御のほうが状態フィードバックを用いた姿勢制御より小さい変化で姿勢を安定化していることが分かる。

以上より、同次元オブザーバを用いて車両の前後方向における重心の傾きを推定するアルゴリズムの有効性、および推定した重心の傾きに応じてスライダの目標値を変更することで、重心の変化に対しても直立状態を維持するアルゴリズムの有効性が確認できる。

#### 4 結言

本論文では同次元オブザーバを用いて車両の前後方向における重心の傾きを推定するアルゴリズムの有効性、および推定した重心の傾きに応じてスライダの目標値を変更することで、重心の変化に対しても直立状態を維持するアルゴリズムの有効性をシ

ミュレーションを用いて確認した。

今後の課題として、実機による同次元オブザーバを用いた倒立振り子型車両の姿勢制御や緩やかなスライダの移動による姿勢の安定化が挙げられる。今後は課題に取り組み、車体の姿勢を垂直に保ちながらの加減速の実現を目指す。

#### 文献

- [1] 島田 明, 島山 直也, "Zero Dynamics を利用する倒立振り子の高速移動制御", 計測自動制御学会論文集, Vol.42, No.9, (2006) pp.1035-1041
- [2] 山藤 和男, 馮 青, "平行二輪車の姿勢制御に関する研究 (第1報)", 精密工学会誌, Vol.53, No.10, (1987) pp.1622-1625
- [3] 松本 治, 梶田 秀司, 谷 和男, "移動ロボットの内外界センサのみによる姿勢検出とその姿勢制御", 日本ロボット学会誌, Vol.8, No.5, (1990) pp.37-46
- [4] 島田 明, "外乱・速度推定型サーボ系の解析", 日本ロボット学会誌, Vol.13, No.3, (1995) pp.397-403
- [5] 竹森 史暁, 奥山 佳史, 藪 厚生, "外乱オブザーバ補償に基づく直立型単車輪サーボ系の安定化", 日本ロボット学会誌, Vol.16, No.6, (1998) pp.798-806
- [6] Feng Ding, Jian Huang, Yongji Wang, Xueshan Gao, Takayuki Matsuno, Toshio Fukuda, Kosuke Sekiyama, "Optimal Braking Control for UW-Car Using Sliding Mode", *Journal of International Conference on Robotics and Biomimetics (RO-BIO)*, 2009, pp. 337-344
- [7] Segway Inc., <http://www.segway.com>
- [8] Project P.U.M.A., <http://www.segway.com/puma/>
- [9] TOYOTA, [http://metapolis.toyota.co.jp/beginner/personal\\_mobility.html](http://metapolis.toyota.co.jp/beginner/personal_mobility.html)
- [10] T.Matsuno, H.Jian, T.Fukuda and K.Doi, "Stabilization of Inverted Pendulum Cart with Balancing Mechanism by Integrity Trajectories in Acceleration Behavior", *Proceedings of International Conference on Advanced Mechatronics*, 2010, pp. 337-344
- [11] 大槻 有輝, "スライド式重心制御機構を有する倒立振り子型車両の開発", 岡山大学工学部システム工学科, 平成 24 年度卒業論文 (2013)
- [12] Scilab, <http://www.scilab.org/>